II - On considère la désintégration $\Lambda \to p + \pi^-$. On utilisera un repère dans lequel le Λ est au repos et a son spin orienté suivant OZ. L'élément de matrice de la transition est donné par :

$$M = \bar{u}(p)\{1 + \rho\ \gamma_5\}\ u\,(\Lambda)$$

où $u(p)$ et $u(\Lambda)$ sont les spineurs de Dirac se référant au proton et au Λ respectivement et ρ est une constante. La probabilité de désintégration est donnée par $|M|^2$. On sommera sur les spins du proton dans l'état final, sa polarisation n'étant pas observée.

1) Calculer $W(\theta) = \sum\limits_{\substack{\text{spin}\\ \text{de } p}} |M|^2$ où θ est l'angle entre la direction OZ et la direction $\vec{p}$ du proton émis.

2) Montrer que l'on peut écrire sans approximation

$$M = \chi_p^+\ \{A_s + A_p\ \vec{\sigma}\ \hat{p}\}\ \chi_\Lambda$$

où les χ sont des spineurs de Pauli et $\hat{p}$ est le vecteur unitaire dans la direction de $\vec{p}$.

Désintégration $\Lambda \longrightarrow p + \pi^-$

Elle est due à l'interaction faible $\Delta S = 1$ (étrangeté de $\Lambda = -1$, p et $\pi^- = 0$)

$$|M|^2 = u^+(\Lambda)\,(1+\rho^*\gamma_5)\,\gamma_4\, u(p)\,\bar{u}(p)\,(1+\rho\gamma_5)\,u(\Lambda)$$

$$= \bar{u}(\Lambda)\,(1-\rho^*\gamma_5)\,u(p)\,\bar{u}(p)\,(1+\rho\gamma_5)\,u(\Lambda)$$

or $\displaystyle\sum_{\substack{\text{spins}\\ \text{de } p}} u_\alpha(p)\,\bar{u}_\beta(p) = \left(\frac{\not{p}+m}{2m}\right)_{\alpha\beta}$

$$\not{p} = -i\, p_\mu \gamma_\mu = \begin{pmatrix} E & -\vec{p}\vec{\sigma} \\ +\vec{p}\vec{\sigma} & -E \end{pmatrix}$$

$$W(\theta) = \bar{u}(\Lambda)\,(1-\rho^*\gamma_5)\left(\frac{\not{p}+m}{2m}\right)(1+\rho\gamma_5)\,u(\Lambda)$$

---

ici $\quad u(\Lambda) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (1+\rho\gamma_5)\,u(\Lambda) = \begin{pmatrix} 1 & -\rho \\ -\rho & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -\rho \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\bar{u}(\Lambda) = (1\ 0\ 0\ 0) \qquad \bar{u}(\Lambda)(1-\rho^*\gamma_5) = (1000)\begin{pmatrix} 1 & \rho^* \\ \rho^* & 1 \end{pmatrix} = (1\ 0\ \rho^*\ 0)$$

$$W(\theta) = \frac{1}{2m}\,(1\ 0\ \rho^*\ 0)\,\underbrace{\begin{pmatrix} E+m & -\vec{p}\vec{\sigma} \\ +\vec{p}\vec{\sigma} & -E+m \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -\rho \\ 0 \end{pmatrix}}_{\begin{pmatrix} E+m+\rho p_z \\ -\rho(p_x+ip_y) \\ +p_z+\rho(E-m) \\ +(p_x+ip_y) \end{pmatrix}} = \frac{E+m+\rho p_z + \rho^*\left(+p_z+\rho(E-m)\right)}{2m}$$

$$\vec{p}\vec{\sigma} = \begin{pmatrix} p_z & p_x - ip_y \\ p_x+ip_y & -p_z \end{pmatrix}$$

$$W(\theta) = \frac{E+m+2\,\mathrm{Re}\,\rho\, p_z + |\rho|^2(E-m)}{2m}$$

$$= \frac{E+m+|\rho|^2(E-m)}{2m} + \mathrm{Re}\,\rho\,\frac{p}{m}\cos\theta = a + b\cos\theta$$

distribution en $\cos\theta$ caractéristique de onde s et p

qui varie entre $\displaystyle a \pm b = \frac{\left|\sqrt{E+m} \pm \rho\sqrt{E-m}\right|^2}{2m}$

$$u(\Lambda) = N_\Lambda \begin{pmatrix} \chi_\Lambda \\ 0 \end{pmatrix} \qquad u(p) = N_p \begin{pmatrix} \chi_p \\ \frac{\vec{\sigma}\vec{p}}{m+E}\chi_p \end{pmatrix}$$

$$M = N_p^* \left(\chi_p^+ , \chi_p^+ \frac{\vec{\sigma}\vec{p}}{m+E} \right) \underbrace{\underset{\begin{pmatrix} 1 & \\ & -1 \end{pmatrix}}{\gamma_4} \; \underset{\begin{pmatrix} 1 & -\rho \\ -\rho & 1 \end{pmatrix}}{(1+\rho\gamma_5)}}_{\begin{pmatrix} 1 & -\rho \\ \rho & -1 \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} \chi_\lambda \\ 0 \end{pmatrix} N_\Lambda$$

$$= N_p^* N_\Lambda \quad \chi_p^+ \left(1 + \rho \frac{\vec{\sigma}\vec{p}}{m+E} \right) \chi_\Lambda$$

qui est de la forme

$$M = \chi_p^+ \left(A^{(s)} + A^{(p)} \vec{\sigma} . \hat{p} \right) \chi_\Lambda$$

$$\begin{array}{lccc} & \Lambda & \to & p + \pi^- \\ \text{spin} & \tfrac{1}{2} & & \tfrac{1}{2} \quad 0 \end{array}$$

Conservation de j : seules les ondes s et p interviennent (orbite de $\pi^- p$)

La parité n'est pas conservée (interaction faible) : on obtient bien les ondes s et p

$M^{(s)}$ est pair
$M(p)$ impair

or $\chi_p^+ \chi_\Lambda$ est un scalaire $\quad \chi_p^+ \vec{\sigma} \hat{p} \chi_\Lambda$ un pseudoscalaire

d'où les interprétations de $A^{(s)}$ et $A^{(p)}$

<u>Nota</u> calcul des énergies : 4-impulsion conservée $p_\Lambda = p_\pi + p_p$

d'où $p_\pi^2 = -m_\pi^2 = (p_\Lambda - p_p)^2 = p_\Lambda^2 + p_p^2 - 2 p_\Lambda p_p = -m_\Lambda^2 - m_p^2 + 2 m_\Lambda E_p$

puisque $\vec{p}_\Lambda = 0$ D'où $E_p = \dfrac{m_\Lambda^2 + m_p^2 - m_\pi^2}{2m_\Lambda}$ et de $\hat{m}$ $E_\pi = \dfrac{m_\Lambda^2 + m_\pi^2 - m_p^2}{2m_\Lambda}$